

非線形な動的モデルにもとづくDSLと光アクセス網の安定共存均衡について
エコシステムの数理モデル構築の準備として

Stable co-existence equilibrium between DAL and FTTH based on non linear dynamic model
- Preparation of quantitative study for eco system

2010年4月30日
April 30, 2010

会員番号 10004
池末成明
Nariaki Ikematsu

要約

競争系 Lotka-Volterra 方程式は、2種のネットワークサービスの競争を記述する非線形な動的モデルであり、大局的安定均衡点に相転移する。相転移は、一方だけが勝利するネットワーク外部性が示す Winner Takes All モデルと、両者が安定共存均衡モデルがある。本稿では、林 Lotka-Volterra 方程式を使い、FTTH と DSL が安定共存均衡することを示す。また林の LV モデルを拡張すると、差別化が大きいと2つのサービスは共存し、差別化が小さいと飽和市場規模が大きいサービスが生存する。このことから光ならではのニッチ市場はDSLとの共存を促進し、より広域市場をターゲットにした「差別化しにくいサービス」が光100%化を実現する可能性がある。またn種のネットワークサービスの相互作用を記述した Lotka-Volterra 方程式を示し、エコシステムを数理モデルで説明できる可能性を示唆する。

Lotka-Volterra equation for two network services competitions provides a non linear dynamic model. This equation shows that two network services shift to global stable equilibrium points. Lotka-Volterra equation provides two types of phase transition. At one phase transition, one service takes all targets of market and we call this phase transition winner-takes-all model; the result of network externality. At another phase transition, two networks exist and we call another model co-existence model. Shorter distance of segmentation promotes winner-takes-all model and service in large market potential size case wins. The longer distance of segmentation promotes co-existence model. Thus FTTH service under niche market might cause co-existence model with DSL. On the other hand FTTH service under general market might cause winner-takes-all model. This report also introduce general Lotka-Volterra Equation for many network service environments. This equation probably help analysis of eco system based

キーワード

エコシステム、非線形、ネットワーク、大局的安定、相転移

はじめに

本稿執筆の動機は、垂直分離型におけるネットワーク外部性の働きを数理生態学のモデルを使って説明しようと決意したことに始まる。本研究を決意した直後、エコシステムという概念を知ったが、本稿は、ネットワーク外部性の補完性を想起させるエコシステムの実証的な発展や実際の企業の実務にも貢献する糸口になることも意図している。初めにネットワークの経済学を数理生態学のモデルを使って説明した先行研究を周回しておこう。

林健太[2005]¹は、単一のネットワークの成長を表すRolf's方程式²が、単一の生物種の成長関数であるロジスティック関数と同値であることを示し、その一般解を求めた。携帯電話市場の成長はロジスティック関数で近似できることは周知の通りであるが、林の発見はネットワーク外部性と数理生態学の類似性を最初に指摘した点で革新的である。その後林敏彦[2005]³は、数理生態学上の重要な役割を果たしてきたLotka-Volterra方程式が、2種類のネットワーク間の競争系の分析に使えることを示唆した。競争系の林LV方程式は、2種のネットワークサービス間の競争を記述する非線形非平衡な動的モデルであるが、大局的安定均衡に相転移する。相転移は、一方だけが勝利する大局的安定均衡と、両者が大局的に安定共存均衡がある。前者はネットワーク外部性が示す勝者が他者を排除するWinner Takes Allモデルに他ならず、経路依存性や過剰慣性を数理生態学で示したものと見える。

本稿では、競争系の林 Lotka-Volterra 方程式（以下「林 LV 方程式」と呼ぶ）を使い、FTTH と DSL が安定共存均衡することを示す。林 LV モデルを拡張すると、差別化の大きさと市場規模を変数とする相転移の図を得る。この相転移から推察すると、光ならではのニッチ市場は DSL との共存を促進し、より広域市場をターゲットにした「差別化しにくいサービス」が光 100%化を実現する可能性がある。また総務省の原口ビジョンで FTTH の普及を進める戦略に関連して、オープンリーチや NBN に注目を集めるようになってきている。このような垂直分離型のネットワークサービスでは、文字通り生態系を摸した複数のサービスからなるエコシステムの存在が不可欠である。そこで林 LV モデルを拡張して、n 種のネットワークサービスの相互作用を記述する方程式を示す。

1 林 Lotka-Volterra 方程式

林 Lotka-Volterra 方程式は次式で与えられる。

$$(1-1) \quad \begin{aligned} \frac{d}{dt} x_1 &= \varepsilon_1 x_1 \left(1 - \frac{x_1 + \gamma_{12} x_2}{K_1}\right) \\ \frac{d}{dt} x_2 &= \varepsilon_2 x_2 \left(1 - \frac{\gamma_{21} x_1 + x_2}{K_2}\right) \end{aligned}$$

ここで

¹ 林健太[2005]「ネットワーク・ダイナミクスとロジスティック曲線：覚書」

² Rolf's Jeffrey [1974] "A Theory of Independence Demand for a Communications Service" in *Bell Journal of Economics and Management Science* Vol 5, pp.16-37

³ 林敏彦[2005]「経済学と生物学の境界で：Lotka-Volterra モデルによるネットワーク競争へのアプローチ」情報通信学会

$$\gamma_{12} = \frac{\mu_{12}}{\mu_{11}} = \frac{\text{サービス 2 がサービス 1 の競争に勝ってサービス 1 を減らす外部競争係数}}{\text{サービス 1 の内部の競争等によりサービス 1 自身が減少する内部減少係数}}$$

$$\gamma_{21} = \frac{\mu_{21}}{\mu_{22}} = \frac{\text{サービス 1 がサービス 2 の競争に勝ってサービス 2 を減らす外部競争係数}}{\text{サービス 2 の内部の競争等によりサービス 2 自身が減少する内部減少係数}}$$

である。また K_1, K_2 は 2 種のサービスの飽和市場規模であり、

$$K_1 = \frac{\varepsilon_1}{\mu_{11}}, \quad K_2 = \frac{\varepsilon_2}{\mu_{22}},$$

である。

2 FTTH と DSL の共存

FTTH と DSL の実際の変動と (1-1) 式を使った理論モデルの変動を示す。

(図表 1-1 : DSL と FTTH の普及の理論値と実績値)

この図表は、図表 2-1 より安定な大局的均衡の条件を満たす場合に成立していることを確認しておこう。すなわち

$$\gamma_{12}\gamma_{21} = 0.8 < 1$$

$$K_1 < K_2 / \gamma_{21},$$

$$K_2 < K_1 / \gamma_{12},$$

(参考 : DSL と FTTH の普及の理論値と実績値の根拠)

ブロードバンドの普及の実証研究は、依田によるモデルに先行研究があるが、依田のモデルは FTTH への移行を意識したモデルである。これに対して、こもモデルは FTTH と DSL の競争を想定して策定したモデルであり、もしこの 2 つのサービスに競争はないならば、林 LV モデルによる実証研究は根拠を失うこととなる。

3 共存安定均衡

ここでセグメンテーションによる差別化を同一市場での異なるターゲットの「距離」と読み替えてみよう⁴。そして同一のターゲットの「距離」が近ければ、複数のサービスの競争の強度が強くなり、「距離」が遠ければ競争の強度は弱くなるでしょう。すなわち距離 z に対して競争係数は次の減少関数で表現できるとする。

$$\gamma_{12} = \gamma_{21} = \gamma(z) = \exp(-z^2 / 2w^2)$$

⁴ 巖佐庸[1998]『数理生物学入門』共立出版 p20-p21

2つのサービスが安定共存するためには、 $\gamma(z)^2 < 1$ が成立する必要がある。すなわち

$$\gamma^2(z) = \{\exp(-z^2 / 2w^2)\}^2 < 1$$

ここで共存均衡点

$$P_3 = \begin{bmatrix} \frac{K_1 - \gamma_{12}K_2}{1 - \gamma_{12}\gamma_{21}} & \frac{K_2 - \gamma_{21}K_1}{1 - \gamma_{12}\gamma_{21}} \end{bmatrix}$$

がどちらも正であることを利用する。すなわちサービス1、2共に正になるときは共存、サービス1の均衡点だけが正の場合はサービス1が永続、サービス2だけが正の場合はサービス2が永続することを利用して、グラフの各セルを分類し、グラフを表示する。ここで飽和市場規模の比を縦軸とし、横軸を距離、縦軸とする。

<図2-1 共存均衡点での距離と飽和市場規模の関係>

このグラフから次のことがわかる。

【法則1】

サービスの距離が遠いとサービスは共存しやすい。すなわち光ならではのニッチ市場はDSLとの共存を促進する可能性がある。

【法則2】

サービスの距離が近くサービスが共存できない場合、飽和市場規模が大きいサービスが永続する。すなわち広域市場をターゲットにした「差別化しにくいサービス」が光100%化を実現する可能性がある。

3 一般化された林LV方程式

最後にn種のサービスに一般化された林LV方程式は次のように書ける。

$$\frac{d}{dt}x_i = x_i(\varepsilon_i + \sum_j^n \mu_{ij}x_j) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

各記号の意味は、以下の通りである。詳細は別の機会に論じる。

- i サービスの種類。 i をサービス i 、第 i 種または単に i と呼ぶ。たとえば、
 - $i = 1$ のとき、第1種、サービス1、
 - $i = 2$ のとき、第2種、サービス2と呼ぶ。
 - i はサービス i を提供する企業を指すことも許し、企業 i または単に i と呼ぶ。
 - x_i サービス i の累積市場規模。 x_i をサービス i の累積市場規模、利用者集合の数、または単に数とも呼ぶ。たとえば
 - $i = 1$ のとき、サービス1の累積市場規模、
 - $i = 2$ のとき、サービス2の累積市場規模と呼ぶ。
- サービスが1種または2種である場合、 $x_1 = x$ 、 $x_2 = y$ と書くことを許す。

- t 時間
- ε_i サービス i の内的自然成長率。 r_i と表記することも許す。
 ε が負となることもあるが、本稿では ε が正の場合のみ扱う。
 作用行列の要素。
- μ_{ij} $i = j$ のとき：自己作用：サービス i が自身の数に与える影響
 $i \neq j$ のとき：相互作用：サービス j がサービス i の数に与える影響

なお一般的に均衡点には安定した均衡点と不安定な均衡点がある。安定した均衡点は幾何学的には谷になっており、不安定な均衡点は幾何学的には山になっている。また安定した均衡点には局所的安定と大局的安定がある。局所的安定とは、均衡点の近傍では方程式の解は均衡点に向かうことをいう。局所的安定では、均衡点から大きく離れると均衡点に戻るとは限らない。大局的安定はどこにあっても安定均衡点に向かう。

おわりに

最後の今後の課題について整理する。まずできるかぎり速やかに、より精緻な手法で、ロジスティック関数や林Lotka-Volterra方程式の実証研究を進め、パラメータの推定を行うことができるようにしたい。次にロジスティック関数とムーア・ジェフリー[2006] のライフサイクル イノベーションの関係を事例を示し⁵、プラットフォームやコミュニティーがエコシステムの基盤であることを示したい。また一般化した林LVモデルを垂直分離モデルを適用して、多数のプレイヤーが共存するエコシステムの構造を分析したい。なおこの一般化された林Lotka-Volterra方程式は進化ゲーム論のリプリケータ方程式と同値である。進化ゲームのネットワークの経済に関する議論は、別の機会に研究したい。また将来的には林Lotka-Volterra方程式に統計力学や量子力学を使って拡張することも試みたい。

筆者は、多くの方が、一般化した林LVモデルを実際のビジネスに応用されることを望んでいる。

以上（100行4000文字相当）

⁵ ムーア・ジェフリー[2006] 『ライフサイクル イノベーション』 翔泳社

図表一覧

図表 1 - 1 : DSL と FTTH の累積回線数の理論値と実績値 (単位万)

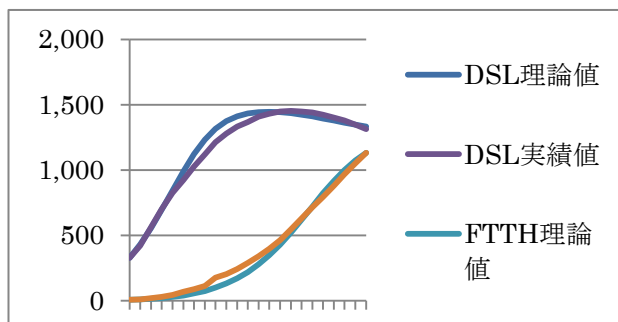
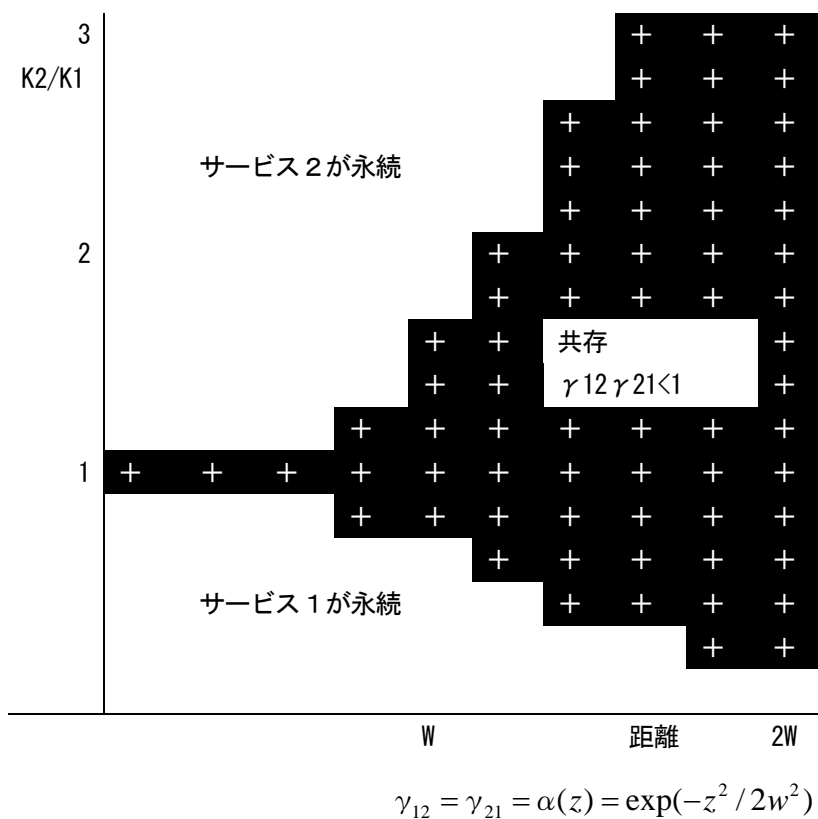


図 2 - 1 共存均衡点での距離と飽和市場規模の関係⁶



⁶ この図は一種の相転移を示している。相転移とは水が氷や水蒸気になるような現象をいう。2種のサービスの競争系モデルで一方が永続し、他方が駆逐される現象は相転移である。たとえばマイクロソフトが市場を独占する現象は相転移である。ネットワーク外部性やバンドワゴン効果は、均衡の動的な理解は基本的には相転移の問題ととらえることもできる。

参考：DSL と FTTH の累積回線数の理論値と実績値（単位万）

	飽和市場規模		K1	1,500	<	4,130	K1/r21
	飽和市場規模		K2	1,900	<	8,333	K2/r12
	内的成長率		e1	0.40	$\mu 1 1$	0.000120	内部減少係数
	内的成長率		e2	0.50	$\mu 2 2$	0.000263	内部減少係数
	競争係数		r12	0.18	$\mu 1 2$	0.000022	外部競争係数
	競争係数		r21	0.46	$\mu 2 1$	0.000010	外部競争係数
		r12r21	0.08	<1	$\sqrt{(\text{理論}-\text{実績})^2}/\text{数}$		
期間	DSL 理論	DSL 実績	FTTH 理論	FTTH 実績	38	32	
2002/06	330	330	7	7	0	0	
2002/09	433	422	10	12	11	1	
2002/12	556	565	15	21	9	6	
2003/03	695	702	21	31	7	10	
2003/06	844	826	29	46	18	17	
2003/09	990	923	41	69	67	28	
2003/12	1,123	1027	56	89	96	34	
2004/03	1,233	1120	75	114	113	39	
2004/06	1,316	1212	100	176	104	76	
2004/09	1,374	1280	132	203	94	72	
2004/12	1,412	1333	171	243	79	72	
2005/03	1,433	1368	220	290	65	70	
2005/06	1,444	1408	279	341	36	62	
2005/09	1,446	1431	349	398	15	49	
2005/12	1,443	1448	430	464	5	34	
2006/03	1,435	1452	521	546	17	24	
2006/06	1,424	1449	620	631	25	11	
2006/09	1,410	1440	722	716	30	6	
2006/12	1,395	1424	822	794	29	28	
2007/03	1,379	1401	917	880	22	36	
2007/06	1,363	1379	1,001	969	16	32	
2007/09	1,347	1348	1,073	1,051	1	22	
2007/12	1,333	1313	1,131	1,133	20	2	

以上